

# ACTIVIDADES DE REFUERZO (VERANO)

## MATEMÁTICAS 2º ESO



Alumno/a: .....



**Material:**

1. Libro de texto de Matemáticas, 2º ESO, Ed. Anaya
2. Actividades de este Cuaderno de Matemáticas:

Te propongo que repases los contenidos de Matemáticas para que al comenzar el curso tengamos recientes los conceptos y operaciones más importantes. Puedes seguir la organización que te propongo u otra según te convenga.

**Organización de los contenidos:**

Temas del libro de texto	Semana
1-2. Divisibilidad y nº entero 3. Fracciones	1ª
4. Proporcionalidad y porcentajes	2ª
5. Álgebra 6. Ecuaciones	3ª
7. Sistemas de ecuaciones. 8. Teorema de Pitágoras. Semejanzas	4ª
9. Cuerpos geométricos. 10. Medida del volumen	5ª

Antes de comenzar las actividades del Cuaderno de trabajo, debes repasar los contenidos de cada tema, a continuación completa el esquema que tienes al comenzar cada unidad del cuaderno de trabajo

En el BLOG de matemáticas (<http://matematicasafa.wordpress.com/>), encontrarás más actividades.

Cualquier duda que tengas ponte en contacto conmigo a través del blog de Matemáticas o de la plataforma CIFRA.

# UNIDAD 1: DIVISIBILIDAD Y NÚMEROS ENTEROS

DIVISIBILIDAD Y NÚMEROS ENTEROS																									
<b>DIVISIBILIDAD</b>																									
<p style="text-align: center;"><b>PARA CALCULAR EL MÁXIMO COMÚN DIVISOR DE VARIOS NÚMEROS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Se descomponen en factores primos.</li> <li>• Se toman los factores comunes, elevados al .....</li> </ul> <p>EJEMPLO: máx.c.d. (168, 180)</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">168</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">2</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">180</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;"><math>168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7</math></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">84</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">2</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"><math>180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5</math></td> </tr> <tr> <td colspan="4" style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">máx.c.d. (168, 180) =</td> </tr> </table>	168	2	180	2	$168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$	84	2			$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$					máx.c.d. (168, 180) =	<p style="text-align: center;"><b>PARA CALCULAR EL MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO DE VARIOS NÚMEROS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Se descomponen en factores primos.</li> <li>• Se toman todos los factores primos, elevado cada uno al .....</li> </ul> <p>EJEMPLO: mín.c.m. (60, 72)</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">60</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">72</td> <td style="padding: 5px;"><math>60 =</math></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"><math>72 =</math></td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">mín.c.m. (60, 72) =</td> </tr> </table>	60	72	$60 =$			$72 =$			mín.c.m. (60, 72) =
168	2	180	2	$168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$																					
84	2			$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$																					
				máx.c.d. (168, 180) =																					
60	72	$60 =$																							
		$72 =$																							
		mín.c.m. (60, 72) =																							
<b>OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS</b>																									
<p style="text-align: center;"><b>SUMAS Y RESTAS CON PARÉNTESIS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Al suprimir un paréntesis precedido del signo más, los signos interiores .....</li> </ul> <p>EJEMPLO:</p> $8 + (4 - 2 - 7 + 1) =$ <ul style="list-style-type: none"> <li>• Al suprimir un paréntesis precedido del signo menos, .....</li> </ul> <p>EJEMPLO:</p> $7 - (6 - 3 - 5 + 4) =$	<p style="text-align: center;"><b>MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN</b></p> <p>REGLA DE LOS SIGNOS:</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <math>+ \cdot + = +</math>  <math>+ \cdot - = -</math>  <math>- \cdot + = -</math>  <math>- \cdot - = +</math> </td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <math>+ : + = +</math>  <math>+ : - = -</math>  <math>- : + = -</math>  <math>- : - = +</math> </td> </tr> </table> <p>EJEMPLOS:</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>(+3) \cdot (+4) =</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>(-15) : (+3) =</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>(-2) \cdot (-5) =</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>(+20) : (-4) =</math></td> </tr> </table>	$+ \cdot + = +$ $+ \cdot - = -$ $- \cdot + = -$ $- \cdot - = +$	$+ : + = +$ $+ : - = -$ $- : + = -$ $- : - = +$	$(+3) \cdot (+4) =$	$(-15) : (+3) =$	$(-2) \cdot (-5) =$	$(+20) : (-4) =$																		
$+ \cdot + = +$ $+ \cdot - = -$ $- \cdot + = -$ $- \cdot - = +$	$+ : + = +$ $+ : - = -$ $- : + = -$ $- : - = +$																								
$(+3) \cdot (+4) =$	$(-15) : (+3) =$																								
$(-2) \cdot (-5) =$	$(+20) : (-4) =$																								
<b>OPERACIONES COMBINADAS</b>																									
<p>En las expresiones con operaciones combinadas hemos de atender:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Primero, a las operaciones que están dentro de los paréntesis.</li> <li>• Después, .....</li> <li>• Por último, .....</li> </ul> <p>EJEMPLO:</p> $4 \cdot (-5) - 3 \cdot (8 - 6 - 4) = 4 \cdot (-5) - 3 \cdot ( \quad ) =$ $=$																									

1. Responde a las preguntas y justifica tu respuesta:
  - a) ¿El número 14 es divisor de 56? Explica por qué.
  - b) ¿El número 310 es múltiplo de 31? Explica por qué.
2. Calcula todos los divisores de los siguientes números:
  - a) Divisores de 54.
  - b) Divisores de 99.
3. Escribe cinco múltiplos consecutivos de 16 comprendidos entre 75 y 150.
4. Justifica las siguientes afirmaciones:
  - a) El número 2 es divisor de todos los múltiplos de 8.
  - b) Si un número es múltiplo de 6, también es múltiplo de 2.
5. Escribe los números primos comprendidos entre 30 y 60.
6. Rodea los números compuestos y tacha los números primos:

51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70

7. Observa estos números y responde a las preguntas:

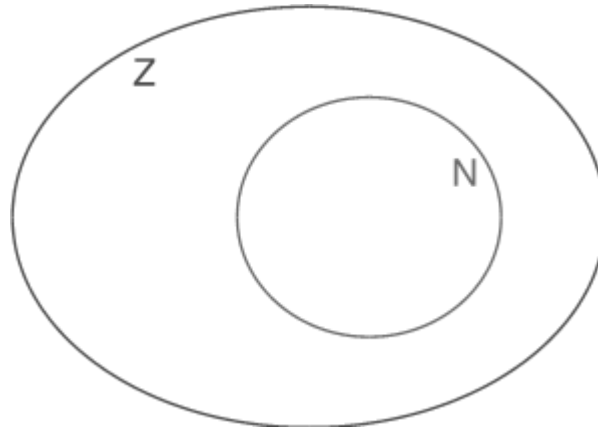
248      790      633      711      147      508

- ¿Cuáles son múltiplos de dos?
  - ¿Cuáles son múltiplos de tres?
  - ¿Cuáles son múltiplos de cinco?
  - ¿Cuáles son múltiplos a la vez de dos y de cinco?
8. Descompón en factores primos los siguientes números:
    - a) 22
    - b) 30
    - c) 644
  9. Calcula:
    - a) mín.c.m. (15, 16, 18)
    - b) máx.c.d. (32, 40, 48)
  10. Un granjero ha recogido de sus gallinas 24 huevos morenos y 36 huevos blancos. Quiere envasarlos en cajas con la mayor capacidad posible y con el mismo número de huevos (sin mezclar los blancos con los morenos). ¿Cuántos huevos debe poner en cada caja?
  11. Un cine tiene un número de asientos comprendido entre 200 y 250. Sabemos que el número de entradas vendidas para completar el aforo es múltiplo de 4, de 6 y de 10. ¿Cuántos asientos tiene el cine?
  12. Tacha aquellos números que no sean números enteros:

$\frac{5}{6}$       -5       $\frac{1}{2}$        $\frac{3}{4}$       -9  
 3,57      -10      30      -2,5      10

13. Sitúa cada número (entero o natural) en el conjunto que le corresponda:

-6      8      11  
-7      -5      10  
-4      6      -8



14. Resuelve las siguientes operaciones con números enteros:

- a)  $3 - 6 - 2 + 5 + 2 + 6$
- b)  $1 + 3 - 14 + 5 - 8 + 10$

15. Calcula los siguientes productos y divisiones de números enteros:

- a)  $(+6) \cdot (-2) \cdot (+8)$
- b)  $(-5) \cdot (+10) \cdot (-2)$
- c)  $(-160) : (-40)$
- d)  $(+200) : (+5)$

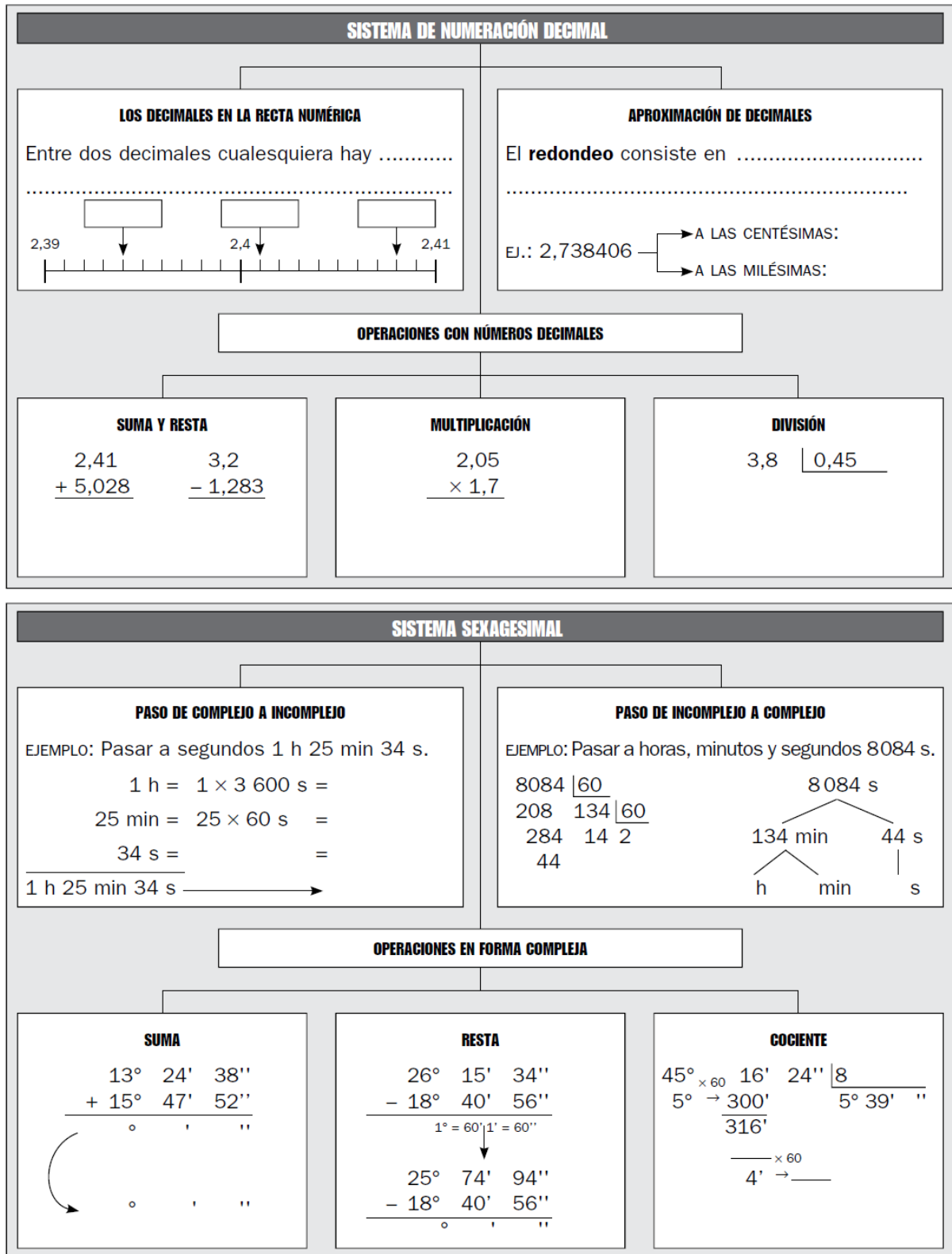
16. Resuelve escribiendo el proceso paso a paso:

- a)  $(-6) \cdot [(+2) + (+3) - (6 + 3 - 2)]$
- b)  $(-5) \cdot (+3) - [(-2) + (-5) - (-8)] \cdot (-3)$

17. Un comerciante recibe un pedido de 225 cajas que contienen, cada una, seis bolsas de 5 kg de naranjas. Después de una semana ha vendido dos de cada tres bolsas. ¿Cuántos kilos de naranjas le quedan?

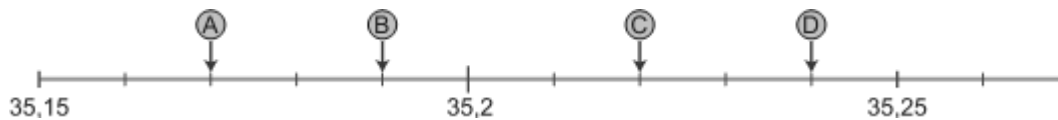
18. Las temperaturas máxima y mínima de ayer fueron  $+20\text{ }^{\circ}\text{C}$  y  $-3\text{ }^{\circ}\text{C}$ . ¿Cuál fue la máxima diferencia de temperaturas de ayer?

## UNIDAD 2: SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL Y SEXAGESIMAL



1. Escribe cómo se leen:
  - a) 6,00005
  - b) 23,0012
  - c) 0,000007
2. Expresa en décimas:
  - a) 8 unidades
  - b) 50 centésimas
  - c) 300 milésimas
  - d) 2 centésimas
3. Calcula el cociente de cada división e indica si se trata de un decimal exacto o de un decimal periódico.
  - a)  $13 : 6$
  - b)  $1 : 3$
  - c)  $1 : 4$

4. ¿Qué valores se asocian a los puntos A, B, C y D en la siguiente recta numérica?



5. Ordena de menor a mayor:
  - a) 7,27    7,25    7,3    7,269    7,33
  - b) 9,35    9,4    9,36    9,354    9,3
6. Redondea a las centésimas:
  - a) 2,347
  - b) 0,6921
  - c) 4,35
7. Valora el error cometido en las siguientes afirmaciones:
  - a) Si con un kilo de azúcar se endulzan 70 cafés, cada café se lleva 15 gramos.
  - b) Dos tercios de kilo son 333,33 gramos.
8. Intercala un número decimal entre cada pareja de números:
  - a)  $16,5 < \underline{\hspace{2cm}} < 16,6$
  - b)  $2,45 < \underline{\hspace{2cm}} < 2,5$
9. Calcula:
  - a)  $13,54 + 6,325 + 8,212$
  - b)  $5,234 + 57,2 - 32,024$
  - c)  $7,45 \times 1,25$
10. Calcula hasta las centésimas:
  - a)  $7 : 6$
  - b)  $38 : 0,25$
  - c)  $86,125 : 6,5$
11. Calcula:
  - a)  $23,55 \cdot 100$
  - b)  $0,0056 \cdot 1\ 000$
  - c)  $4\ 765 : 1\ 000$



- d)  $536,57 : 10$
12. Reduce y calcula:  
a)  $3,15 \cdot (4,26 - 2,39 + 1,27)$   
b)  $(0,79 + 3,26) \cdot (2,33 - 1,16)$
13. Calcula estas raíces con dos cifras decimales: a)  $\sqrt{0,25}$       b)  $\sqrt{85}$
14. Expresa en minutos:  
a) 3 h 25 min 30 s  
b)  $6^\circ 35' 6''$
15. Pasa a grados, minutos y segundos:  
a)  $5,32^\circ$   
b)  $35\ 679''$
16. Calcula:  
a)  $24^\circ 36'' - 18^\circ 29' 45''$   
b) 2 h 29 min 37 s + 3 h 26 s
17. Calcula:  
a)  $(23^\circ 15' 30'') \cdot 6$   
b)  $(6\ h\ 25\ min\ 44\ s) : 4$
18. Un mayorista ha comprado a un hortelano 250 cajas de naranjas a 85 céntimos el kilo. Si el importe de la mercancía ha sido de 1 037 €, ¿cuál es el peso medio de una caja?
19. Un automóvil ha recorrido 315 km a una velocidad media de 90 km/h. ¿Cuánto tiempo ha invertido en el viaje?

## UNIDAD 3: FRACCIONES

FRACCIONES		
<p style="text-align: center;"><b>PROPIEDAD FUNDAMENTAL DE LAS FRACCIONES</b></p> <p>Si se multiplican o se dividen los dos términos de una fracción por el mismo número, .....</p> <p>.....</p> <p>EJEMPLOS: <math>\frac{4}{6} = \frac{4 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{8}{12}</math>      <math>\frac{4}{6} = \frac{4 : 2}{6 : 2} = \frac{2}{3}</math></p>	<p style="text-align: center;"><b>SIMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES</b></p> <p>Simplificar una fracción es sustituirla por .....</p> <p>.....</p> <p>EJEMPLOS: <math>\frac{15}{20} = \frac{3}{4}</math>      <math>\frac{12}{30} = \frac{2}{5}</math></p>	
<p><b>REDUCCIÓN DE FRACCIONES A COMÚN DENOMINADOR</b></p>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se calcula el mínimo común múltiplo de los denominadores.</li> <li>• Se multiplican los dos miembros de cada fracción por .....</li> </ul>	<p>EJEMPLO: <math>\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{7}{10} \rightarrow \text{mín.c.m}(4, 5, 10) = 20</math></p> <p><math>\frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5}, \frac{4 \cdot 4}{5 \cdot 4}, \frac{7 \cdot 2}{10 \cdot 2} \rightarrow \frac{15}{20}, \frac{16}{20}, \frac{14}{20}</math></p>	
<p><b>OPERACIONES CON FRACCIONES</b></p>		
<p style="text-align: center;"><b>SUMA Y RESTA</b></p> <p>Para sumar o restar fracciones se reducen a .....</p> <p>.....</p> <p>EJEMPLO:</p> <p><math>\frac{3}{4} + \frac{4}{5} - \frac{7}{10} =</math></p>	<p style="text-align: center;"><b>MULTIPLICACIÓN</b></p> <p style="text-align: center;"><math>\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}</math></p> <p>EJEMPLO:</p> <p><math>\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} =</math></p>	<p style="text-align: center;"><b>DIVISIÓN</b></p> <p style="text-align: center;"><math>\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}</math></p> <p>EJEMPLO:</p> <p><math>\frac{4}{5} : \frac{3}{10} =</math></p>
<p><b>POTENCIAS DE NÚMEROS RACIONALES</b></p>		
<p style="text-align: center;"><b>POTENCIA DE UN PRODUCTO</b></p> <p><math>(a \cdot b)^n =</math></p> <p>EJEMPLO: <math>(2 \cdot 4)^5 =</math></p>	<p style="text-align: center;"><b>POTENCIA DE UN COCIENTE</b></p> <p><math>\left(\frac{a}{b}\right)^n =</math></p> <p>EJEMPLO: <math>\left(\frac{4}{2}\right)^3 =</math></p>	
<p style="text-align: center;"><b>PRODUCTO DE POTENCIAS DE LA MISMA BASE</b></p> <p><math>a^m \cdot a^n =</math></p> <p>EJEMPLO: <math>2^3 \cdot 2^5 =</math></p>	<p style="text-align: center;"><b>COCIENTE DE POTENCIAS DE LA MISMA BASE</b></p> <p><math>a^m : a^n =</math></p> <p>EJEMPLO: <math>3^6 : 3^4 =</math></p>	
<p style="text-align: center;"><b>POTENCIA DE UNA POTENCIA</b></p> <p><math>(a^m)^n =</math></p> <p>EJEMPLO: <math>(5^2)^3 =</math></p>	<p style="text-align: center;"><b>POTENCIAS DE EXPONENTE NEGATIVO</b></p> <p><math>a^{-n} =</math></p> <p>EJEMPLO: <math>2^{-3} =</math></p>	

1. Escribe, en cada caso, la fracción del todo que corresponde a la parte indicada:
- En un huerto había 100 árboles y se han cortado 40. ¿Qué fracción se ha cortado?
  - En un rebaño de cuarenta ovejas hay cinco negras. ¿Qué fracción del rebaño son negras?

2. Transforma cada una de estas fracciones en número decimal: a)  $12 / 100$  b)  $4 / 5$

3. Calcula:

a)  $\frac{5}{4}$  de 16

b)  $\frac{9}{11}$  de 1045

4. Comprueba si son equivalentes los siguientes pares de fracciones:

a)  $\frac{2}{7}$  y  $\frac{3}{14}$

b)  $\frac{28}{49}$  y  $\frac{4}{7}$

5. Escribe tres fracciones equivalentes en cada caso:

a)  $\frac{3}{4}$

b)  $\frac{12}{18}$

6. Escribe, en cada caso, una fracción equivalente que cumpla la condición indicada.

a) Escribe una fracción equivalente a  $1 / 2$  que tenga por numerador 4

b) Escribe una fracción equivalente a  $9 / 15$  que tenga por numerador 12

7. Halla la fracción irreducible de cada una de estas fracciones: a)  $50 / 70$  b)  $36 / 40$

8. Reduce a común denominador las siguientes fracciones:

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \frac{1}{3}$$

9. Ordena de menor a mayor las siguientes fracciones reduciéndolas previamente a común denominador:

$$\frac{2}{5}, \frac{6}{10}, \frac{7}{15}, \frac{20}{30}$$

10. Resuelve las siguientes operaciones escribiendo el proceso de resolución paso a paso:

a)  $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} - \frac{1}{6} + \frac{5}{9}$

b)  $\left(4 + \frac{2}{5}\right) - \left(2 + \frac{3}{10}\right)$

11. Resuelve las siguientes operaciones y simplifica el resultado:

a)  $\frac{5}{7} \cdot \frac{2}{5}$

b)  $\frac{1}{2} : \frac{5}{6}$

12. Resuelve las siguientes operaciones con fracciones:

a)  $\left(\frac{7}{5} - \frac{1}{2}\right) : \left(1 - \frac{3}{10}\right)$

b)  $\frac{5}{8} : \left[\frac{17}{4} - 3 \cdot \left(2 - \frac{2}{3}\right)\right]$

13. Resuelve:

a) He leído las  $\frac{3}{5}$  partes de un libro de 360 páginas. ¿Cuántas páginas me quedan por leer?

b) En un rebaño hay 12 ovejas negras, lo que supone dos séptimos del total. ¿Cuántas ovejas tiene el rebaño?

14. Pedro tenía 18 euros y ha gastado las cuatro décimas partes en libros, dos quintos en discos y un décimo en revistas. ¿Qué fracción de su dinero ha gastado? ¿Cuánto dinero le queda?

15. ¿Cuántos vasos de  $\frac{2}{5}$  de litro se pueden llenar con una jarra de dos litros?

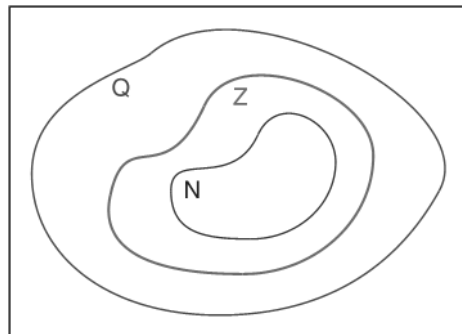
16. Luisa tiene los dos quintos de la edad de Ana que, a su vez, tiene los tres cuartos de la edad de Silvia, que tiene 40 años. ¿Qué edad tiene Luisa?

17. Sitúa cada número en el lugar que le corresponde en el diagrama:

35      $\frac{4}{7}$      0,25

-50      $0,1\bar{3}$       $\frac{100}{25}$

$\frac{4}{-2}$      -9      $\sqrt{3}$



18. Rodea los números racionales y tacha los que no lo sean:

5,04      $\frac{4}{9}$       $\sqrt{17}$       $\frac{-2}{5}$       $4,2\bar{5}$       $\sqrt[3]{11}$

19. Calcula la fracción irreducible correspondiente a cada uno de estos decimales:

- a) 1,4  
b) 0,08

20. Calcula la fracción irreducible correspondiente a cada uno de estos decimales:

a)  $3,\bar{8}$

b)  $0,0\bar{5}$

21. Calcula las siguientes potencias:

- a)  $3^4$
- b)  $(-3)^3$
- c)  $-2^5$
- d)  $5^2$

22. Calcula las siguientes potencias:

- a)  $2^{-3}$
- b)  $(-4)^{-2}$
- c)  $-3^{-2}$

23. Descompón estos números decimales según las potencias de base diez:

- a) 27,123
- b) 0,105

24. Expresa en forma abreviada los siguientes números utilizando las potencias de base diez:

- a) 0,000000304
- b) 40 500 000 000 000 000

25. Sin operar, quita paréntesis:

a)  $(5 \cdot 4)^3$

b)  $\left(\frac{2}{5}\right)^3$

26. Simplifica estas expresiones:

a)  $\frac{c^2}{c^5}$

b)  $4^3 \cdot 4^5$

27. Sin operar, quita paréntesis:

a)  $(3^3)^2$

b)  $[(-2)^3]^4$

28. Simplifica estas expresiones:

a)  $\frac{(a^2)^3}{a^7}$

b)  $\frac{(2 \cdot 5)^3}{2^2 \cdot 5^2}$

## UNIDAD 4: PROPORCIONALIDAD Y PORCENTAJES

PROPORCIONALIDAD																			
<p style="text-align: center;"><b>PROPORCIÓN</b></p> <p>• Una <b>proporción</b> es la igualdad de .....</p> <p>.....</p> $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ <p>• Los términos <i>a</i> y <i>d</i> se llaman .....</p> <p>Los términos <i>b</i> y <i>c</i> se llaman .....</p>	<p style="text-align: center;"><b>CÁLCULO DEL TÉRMINO DESCONOCIDO DE UNA PROPORCIÓN</b></p> $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a \cdot d = b \cdot c \rightarrow d = \frac{b \cdot c}{a}$ <p>EJEMPLO:</p> $\frac{12}{x} = \frac{21}{35} \rightarrow x = \dots\dots\dots$																		
<p style="text-align: center;"><b>MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES</b></p> <p>EJERCICIO:</p> <p>Cuatro kilos cuestan 12 €.</p> <p>¿Cuánto cuestan siete kilos?</p> <p>• RESOLUCIÓN POR REGLA DE TRES</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th style="text-align: left; border-bottom: 1px solid black;">PESO (kg)</th> <th style="text-align: center;">→</th> <th style="text-align: right; border-bottom: 1px solid black;">COSTE (€)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">→</td> <td style="text-align: right;">12</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">7</td> <td style="text-align: center;">→</td> <td style="text-align: right;">x</td> </tr> </tbody> </table> <p>La proporción:</p> $\frac{4}{7} = \frac{12}{x} \rightarrow x = \dots\dots\dots$	PESO (kg)	→	COSTE (€)	4	→	12	7	→	x	<p style="text-align: center;"><b>MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES</b></p> <p>EJERCICIO:</p> <p>Tres operarios tardan 40 minutos.</p> <p>¿Cuánto tardan ocho operarios?</p> <p>• RESOLUCIÓN POR REGLA DE TRES</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th style="text-align: left; border-bottom: 1px solid black;">N.º OPERARIOS</th> <th style="text-align: center;">→</th> <th style="text-align: right; border-bottom: 1px solid black;">TIEMPO (min)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">→</td> <td style="text-align: right;">40</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">8</td> <td style="text-align: center;">→</td> <td style="text-align: right;">x</td> </tr> </tbody> </table> <p>La proporción:</p> $\frac{3}{8} = \frac{x}{40} \rightarrow x = \dots\dots\dots$	N.º OPERARIOS	→	TIEMPO (min)	3	→	40	8	→	x
PESO (kg)	→	COSTE (€)																	
4	→	12																	
7	→	x																	
N.º OPERARIOS	→	TIEMPO (min)																	
3	→	40																	
8	→	x																	
<p style="text-align: center;"><b>PROBLEMAS DE PORCENTAJES</b></p>																			
<p style="text-align: center;"><b>UN PORCENTAJE ES UNA PROPORCIÓN</b></p> <p>Para calcular el <i>a</i>% de <i>C</i>:</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 60%; border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;"> <math display="block">\left. \begin{array}{l} \text{De 100 tomo } a \\ \text{De } C \text{ tomo } x \end{array} \right\} \rightarrow \frac{100}{C} = \frac{a}{x} \rightarrow x = a\% \text{ de } C = \frac{C \cdot a}{100}</math> </td> <td style="width: 40%; padding-left: 10px;"> <p>EJEMPLO:</p> <p>15% de 820 =</p> </td> </tr> </table>		$\left. \begin{array}{l} \text{De 100 tomo } a \\ \text{De } C \text{ tomo } x \end{array} \right\} \rightarrow \frac{100}{C} = \frac{a}{x} \rightarrow x = a\% \text{ de } C = \frac{C \cdot a}{100}$	<p>EJEMPLO:</p> <p>15% de 820 =</p>																
$\left. \begin{array}{l} \text{De 100 tomo } a \\ \text{De } C \text{ tomo } x \end{array} \right\} \rightarrow \frac{100}{C} = \frac{a}{x} \rightarrow x = a\% \text{ de } C = \frac{C \cdot a}{100}$	<p>EJEMPLO:</p> <p>15% de 820 =</p>																		
<p style="text-align: center;"><b>CÁLCULO DEL TOTAL</b></p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: left;">Total → <i>x</i></td> <td rowspan="3" style="font-size: 3em; vertical-align: middle;">}</td> <td style="text-align: left;">De 100 tomo 15</td> </tr> <tr> <td style="text-align: left;">Porcentaje → 15%</td> <td style="text-align: left;">De <i>x</i> tomo 123</td> </tr> <tr> <td style="text-align: left;">Parte → 123</td> <td></td> </tr> </table> $\frac{100}{x} = \frac{15}{123} \rightarrow x = \dots\dots\dots$	Total → <i>x</i>	}	De 100 tomo 15	Porcentaje → 15%	De <i>x</i> tomo 123	Parte → 123		<p style="text-align: center;"><b>CÁLCULO DEL PORCENTAJE</b></p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: left;">Total → 820</td> <td rowspan="3" style="font-size: 3em; vertical-align: middle;">}</td> <td style="text-align: left;">De 820 tomo 123</td> </tr> <tr> <td style="text-align: left;">Porcentaje → <i>x</i></td> <td style="text-align: left;">De 100 tomo <i>x</i></td> </tr> <tr> <td style="text-align: left;">Parte → 123</td> <td></td> </tr> </table> <p>_____ = _____ → <i>x</i> = .....</p>	Total → 820	}	De 820 tomo 123	Porcentaje → <i>x</i>	De 100 tomo <i>x</i>	Parte → 123					
Total → <i>x</i>	}		De 100 tomo 15																
Porcentaje → 15%			De <i>x</i> tomo 123																
Parte → 123																			
Total → 820	}	De 820 tomo 123																	
Porcentaje → <i>x</i>		De 100 tomo <i>x</i>																	
Parte → 123																			

1. Calcula:

- a) ¿En qué razón están los números 20 y 24?  
b) Rodea los números que estén en la razón 3/7.

9 y 21      6 y 12      12 y 28

c) Escribe el número que falta en cada par para que estén en la razón 2/5.

6 y ¿\_\_\_\_?      ¿\_\_\_\_? y 10      16 y ¿\_\_\_\_?

2. Indica cuáles de estos pares de razones forman proporción:

a)  $\frac{1}{4}$ ;  $\frac{6}{24}$

b)  $\frac{3}{5}$ ;  $\frac{6}{15}$

c)  $\frac{4}{5}$ ;  $\frac{16}{20}$

3. Calcula el valor de la incógnita:

a)  $\frac{x}{33} = \frac{22}{66}$

b)  $\frac{72}{180} = \frac{24}{x}$

4. Subraya los pares de magnitudes que sean proporcionales:

- a) El número de bolígrafos comprados y el precio pagado por ellos (suponemos que todos los bolígrafos tienen el mismo precio).  
b) El número de asistentes a una excursión y la cantidad que aporta cada uno para pagar un autobús (el autobús tiene, en total, un precio fijo).  
c) El número de ruedas de un camión y la velocidad que alcanza.

5. Observa la tabla e indica si la relación de proporcionalidad que une ambas magnitudes es directa o inversa y completa los pares de valores correspondientes que faltan:

CANTIDAD DE FRESAS (kg)	2	8	10	14		
COSTE (€)	5		25		45	

6. Resuelve estos problemas por reducción a la unidad:

- a) Un panadero utiliza 2 kg de levadura por cada 50 kg de harina para amasar el pan. ¿Qué cantidad de harina podrá amasar con 5 kg de levadura?  
b) Un grifo arroja 120 litros de agua en seis minutos. ¿Qué cantidad de agua arrojará en veinte minutos?

7. Resuelve estos problemas por reducción a la unidad:

- a) Cuatro obreros descargan un camión en dos horas. ¿Cuánto tiempo tardarán en descargar el camión 10 obreros?  
b) Un coche a 80 km/h tarda 3 horas en recorrer la distancia que hay entre dos ciudades A y B. ¿Cuánto tardará en ese mismo recorrido un camión que va a 60 km/h?

8. Un árbol que tiene una altura de 1,25 metros proyecta una sombra de 80 cm de longitud. ¿Cuál es la altura de una torre que, a esa misma hora, proyecta una sombra de 40 metros?

9. Un camión que lleva una velocidad de 90 km/h, tarda 4 horas en cubrir la distancia que separa dos ciudades. ¿Cuánto tardará a una velocidad de 80 km/h?
10. Seis cosechadoras han segado en dos horas un campo de 36 hectáreas. ¿Cuántas cosechadoras serán necesarias para segar en tres horas un campo de 27 hectáreas?
11. Expresa los siguientes porcentajes en forma de fracción: a) 70 %    b) 10 %    c) 5 %
12. Calcula:  
**a) 5% de 460**  
**b) 20% de 3450**  
**c) 150% de 1000**
13. Calcula el valor de  $x$  en cada caso:  
a) 60% de  $x = 24$   
b) El 15% de un número vale 60. ¿Cuál es el número?
14. Calcula el porcentaje que representa cada parte del total:

TOTAL	PARTE	%
375	225	
9 300	5 580	

15. Una familia tiene unos ingresos mensuales de 3 030 euros, de los cuales se gastan 606 euros en vivienda. ¿Qué porcentaje sobre el total de ingresos mensuales supone el gasto en vivienda?
16. Un comerciante compra un cargamento de 5 000 kg de cerezas por 15 000 euros. Si quiere ganar un 15% con la venta de esas cerezas, ¿a cómo deberá vender cada kilogramo?
17. Un banco ofrece un interés del 4% anual. ¿Qué beneficio obtendremos si ingresamos 500 euros durante tres años?



## UNIDAD 5: ÁLGEBRA

MONOMIOS	
<p>Un <b>monomio</b> es el producto .....</p> <p>.....</p> <p>EJEMPLOS: <math>4xy^2</math>,</p>	<p>Dos <b>monomios</b> son <b>semejantes</b> cuando tienen</p> <p>.....</p> <p>EJEMPLOS: <math>5a^2b</math> y <math>\frac{3}{4}a^2b</math>,</p>
<p style="text-align: center;"><b>SUMA Y RESTA DE MONOMIOS</b></p> <p>Dos monomios solo se pueden sumar o restar si</p> <p>.....</p> <p>EJEMPLOS:</p> <p><math>3a + 2a =</math></p> <p><math>7x^2 - 4x^2 =</math></p>	<p style="text-align: center;"><b>PRODUCTO DE MONOMIOS</b></p> <p>El producto de dos monomios es otro .....</p> <p>.....</p> <p>EJEMPLOS:</p> <p><math>2a^2 \cdot 4a =</math></p> <p><math>6x \cdot \frac{2}{3}x^3 =</math></p>

POLINOMIOS																			
<p>Un <b>polinomio</b> es la suma .....</p> <p>.....</p>	<p>EJEMPLOS: <math>\cdot 3x^2 - 5x + 7</math></p> <p>.</p>																		
<p><b>SUMA Y RESTA DE POLINOMIOS</b></p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 50%; text-align: center;"><math>A = 5x^3 - 6x^2 - 4x + 7</math></td> <td style="width: 50%; text-align: center;"><math>B = x^3 + 3x - 5</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>A \rightarrow 5x^3 - 6x^2 - 4x + 7</math></td> <td style="text-align: center;"><math>A \rightarrow 5x^3 - 6x^2 - 4x + 7</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>B \rightarrow x^3 + 0x^2 + 3x - 5</math></td> <td style="text-align: center;"><math>-B \rightarrow -x^3 - 0x^2 - 3x + 5</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>A + B \rightarrow</math></td> <td style="text-align: center;"><math>A - B \rightarrow</math></td> </tr> </table>		$A = 5x^3 - 6x^2 - 4x + 7$	$B = x^3 + 3x - 5$	$A \rightarrow 5x^3 - 6x^2 - 4x + 7$	$A \rightarrow 5x^3 - 6x^2 - 4x + 7$	$B \rightarrow x^3 + 0x^2 + 3x - 5$	$-B \rightarrow -x^3 - 0x^2 - 3x + 5$	$A + B \rightarrow$	$A - B \rightarrow$										
$A = 5x^3 - 6x^2 - 4x + 7$	$B = x^3 + 3x - 5$																		
$A \rightarrow 5x^3 - 6x^2 - 4x + 7$	$A \rightarrow 5x^3 - 6x^2 - 4x + 7$																		
$B \rightarrow x^3 + 0x^2 + 3x - 5$	$-B \rightarrow -x^3 - 0x^2 - 3x + 5$																		
$A + B \rightarrow$	$A - B \rightarrow$																		
<p style="text-align: center;"><b>PRODUCTO DE POLINOMIOS</b></p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border: none;"> <tr> <td style="text-align: right;"><math>x^2 - 4x + 2</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;"><math>\times 2x - 3</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;"><math>-3x^2 + 12x - 6</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">_____</td> <td></td> </tr> </table>	$x^2 - 4x + 2$		$\times 2x - 3$		$-3x^2 + 12x - 6$		_____		<p style="text-align: center;"><b>PRODUCTOS NOTABLES</b></p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border: none;"> <tr> <td style="text-align: right;"><math>a + b</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;"><math>\times a + b</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;"><math>ab + b^2</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;"><math>a^2 + ab</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;"><math>a^2 + 2ab + b^2</math></td> <td></td> </tr> </table> <p><math>(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2</math></p> <p><math>(a - b)^2 =</math></p> <p><math>(a + b) \cdot (a - b) =</math></p>	$a + b$		$\times a + b$		$ab + b^2$		$a^2 + ab$		$a^2 + 2ab + b^2$	
$x^2 - 4x + 2$																			
$\times 2x - 3$																			
$-3x^2 + 12x - 6$																			
_____																			
$a + b$																			
$\times a + b$																			
$ab + b^2$																			
$a^2 + ab$																			
$a^2 + 2ab + b^2$																			

- Traduce a lenguaje algebraico los siguientes enunciados:
  - El anterior a un número  $n$ .....
  - El cuádruplo de un número  $n$  más dos.....
  - La tercera parte de un número  $n$  menos cinco.....
- Expresa utilizando el lenguaje algebraico:
  - El orden de los sumandos ( $a$  y  $b$ ) no altera el resultado de la suma.
  - En una resta ( $a - b = c$ ), si sumamos el sustraendo y la diferencia, el resultado es el minuendo.
- Completa los valores que faltan:

$n$	1	3		6		12	
$2n+4$	6		12		20		34

- Resuelve:
  - Completa la tabla indicando el coeficiente, la parte literal y el grado de cada monomio:

MONOMIO	COEFICIENTE	PARTE LITERAL	GRADO
$3b^2c$			
$-9ax^3$			

- Rodea con un círculo aquellas expresiones algebraicas que sean polinomios e indica en cada caso si se trata de un binomio, un trinomio o un polinomio:

$$5x^3 + 4x^2 + 3x \quad \frac{3ab}{c} \quad 2x^2 + 3b \quad \frac{6ab^2}{a+b} \quad 6x^4 + 5x^3 + 2x^2 + 3x$$

- Calcula el valor numérico del polinomio para los valores que se indican:

$$2x^3 - x^2 + 3x + 4$$

- Para  $x = 0$
- Para  $x = -2$

- Opera y reduce:

a)  $2a + 8a - 6a - 3a + 6a$

b)  $(6ab) \cdot \left(\frac{2}{3}ab\right)$

c)  $\frac{9a^3b^2}{3ab}$

7. Considera los polinomios A, B y C y calcula A + B y B - C.

$$A = 3x^2 + 5x - 6$$

$$B = 2x^4 - 2x^3 + 4x - 2$$

$$C = x^3 + 5x^2 - 2x - 3$$

8. Calcula:

a)  $4x \cdot (3x^2 + 2x - 5)$

b)  $(x - 4) \cdot (2x^3 + 3x^2 - 2x - 6)$

9. Extrae factor común en cada una de las siguientes expresiones:

a)  $6a + 3b$

b)  $8x^5 - 12x^3 + 4x^2$

10. Calcula aplicando los productos notables:

a)  $(x + 2)^2$

b)  $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$

c)  $(x + 4) \cdot (x - 4)$

11. Expresa en forma de producto notable:

a)  $x^2 + 2x + 1$

b)  $x^2 - 6x + 9$

c)  $x^2 - 1$

12. Simplifica las siguientes fracciones:

a)  $\frac{x^2 + 6x + 9}{x + 3}$

b)  $\frac{x^3 - x}{x^2 - 1}$

# UNIDAD 6: ECUACIONES

ECUACIONES															
<p style="text-align: center;"><b>NOMENCLATURA</b></p> <div style="text-align: center;"> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-bottom: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">PRIMER MIEMBRO</div> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 20px;"></div> </div> <math display="block">2x - 4 + x = 11</math> <div style="display: flex; justify-content: center; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 20px; margin-right: 10px;"></div> </div> </div>	<p><b>Resolver una ecuación</b> es calcular .....</p> <p>.....</p> $2x - 4 + x = 11$ <p>SOLUCIÓN → <math>x = 5</math> porque</p> $2 \cdot 5 - 4 + 5 =$														
<p style="text-align: center;"><b>TRANSPOSICIÓN DE TÉRMINOS</b></p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>x + a = b</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>x - a = b</math></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>x =</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>x =</math></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>a \cdot x = b</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>\frac{x}{a} = b</math></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>x =</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>x =</math></td> </tr> </table>	$x + a = b$	$x - a = b$	$x =$	$x =$	$a \cdot x = b$	$\frac{x}{a} = b$	$x =$	$x =$	<p style="text-align: center;"><b>RESOLUCIÓN DE UNA ECUACIÓN DE PRIMER GRADO</b></p> <p style="text-align: center;">REDUCIR → <math>5x + 3 - 2x = 7 - 3x + 1</math></p> <p style="text-align: center;">TRANSPONER → <math>3x + 3 = 8 - 3x</math></p> <p style="text-align: center;">REDUCIR →</p> <p style="text-align: center;">TRANSPONER → <math>x = \text{---}</math></p>						
$x + a = b$	$x - a = b$														
$x =$	$x =$														
$a \cdot x = b$	$\frac{x}{a} = b$														
$x =$	$x =$														
<p style="text-align: center;"><b>ELIMINACIÓN DE DENOMINADORES EN UNA ECUACIÓN</b></p> <p>Para eliminar denominadores en una ecuación, se multiplica .....</p> <p>.....</p> <p>EJEMPLO: <math>x - \frac{4}{5} = \frac{2x}{3} - 1</math></p> <div style="text-align: center; margin-top: 10px;"> <math display="block">\left(x - \frac{4}{5}\right) \cdot 15 =</math> <math display="block">\downarrow \text{mín.c.m. (5, 3) = 15}</math> <math display="block">=</math> <math display="block">=</math> </div>	<p style="text-align: center;"><b>RESOLUCIÓN DE UNA ECUACIÓN DE PRIMER GRADO CON DENOMINADORES</b></p> <p style="text-align: center;">MULTPLICAR POR EL mín.c.m. → <math>\frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{3} = 1</math></p> <p style="text-align: center;">OPERAR → <math>6 \cdot \left(\frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{3}\right) = 6 \cdot 1</math></p> <p style="text-align: center;">QUITAR PARÉNTESIS → <math>3(x-1) - 2(x+1) = 6</math></p> <p style="text-align: center;">REDUCIR →</p> <p style="text-align: center;">TRANSPONER →</p> <p style="text-align: center;">REDUCIR → <math>x =</math></p>														
<p style="text-align: center;"><b>RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO</b></p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 25%; border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>x^2 = k</math></td> <td style="width: 25%; border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>ax^2 + c = 0</math></td> <td style="width: 25%; border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>ax^2 + bx = 0</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>ax^2 + bx + c = 0</math></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>x = \pm \sqrt{k}</math></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>x =</math></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>x(ax + b) = 0</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>x =</math></td> </tr> <tr> <td colspan="2"></td> <td style="text-align: center; padding: 5px;"><math>\left\{ \begin{array}{l} x = \\ x = \end{array} \right.</math></td> <td></td> </tr> </table>				$x^2 = k$	$ax^2 + c = 0$	$ax^2 + bx = 0$	$ax^2 + bx + c = 0$	$x = \pm \sqrt{k}$	$x =$	$x(ax + b) = 0$	$x =$			$\left\{ \begin{array}{l} x = \\ x = \end{array} \right.$	
$x^2 = k$	$ax^2 + c = 0$	$ax^2 + bx = 0$	$ax^2 + bx + c = 0$												
$x = \pm \sqrt{k}$	$x =$	$x(ax + b) = 0$	$x =$												
		$\left\{ \begin{array}{l} x = \\ x = \end{array} \right.$													

1. Indica cuál de los siguientes valores es solución de la ecuación

$$\sqrt{x+5} - 3 = x - 10$$

- a) 11
- b) -7
- c) 31

2. Escribe una ecuación que tenga por solución:

- a)  $x = 1/5$
- b)  $x = -4$

3. Despeja la  $x$  y calcula la solución en cada caso:

a)  $x + 4 = -3$

b)  $x - 3 = 4$

c)  $5x = 25$

d)  $\frac{3x}{4} = 9$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $4x - 7 = 3x - 2$

b)  $4x - 8 + 3x = 5x + 10 - 4x$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $3(4x + 3) = 4x + 15$

b)  $9 - 3(2x - 1) = 0$

6. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $\frac{3x}{2} + 10 = 4x$

b)  $x - \frac{3x}{4} + \frac{1}{10} = \frac{4x}{5} - \frac{x}{2}$

7. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $2\left(5x - \frac{x-4}{3}\right) = 4x$

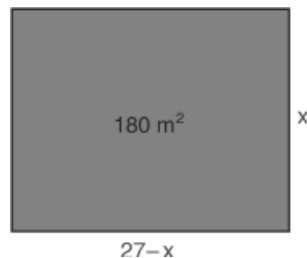
b)  $2\left(\frac{x+5}{3} - 1\right) + 3x = 4x - 4$

8. Halla un número tal que su duplo más cuatro sea igual que su triple más dos.

9. Beatriz dice: si al doble de los años que tengo le restas la mitad de los que tenía hace un año, el resultado es 20. ¿Qué años tiene Beatriz?

10. Un peatón y un ciclista avanzan por una carretera, uno al encuentro del otro. La distancia que les separa es de 16 km. La velocidad del ciclista supera a la del peatón en 16 km/h y el encuentro se produce en 40 minutos. ¿A qué velocidad marcha cada uno?

11. Calcula la longitud de los lados de un triángulo isósceles sabiendo que su perímetro es de 55 cm y que el lado desigual es 5 cm menor que uno de los lados iguales.
12. Resuelve las siguientes ecuaciones:  
**a)  $x^2 = 36$**   
**b)  $3x^2 - 12 = 0$**   
**c)  $x^2 - 3x = 0$**
13. Resuelve aplicando la fórmula general:  
**a)  $2x^2 - 5x + 3 = 0$**   
**b)  $x^2 + x - 2 = 0$**
14. Reduce a la forma general y resuelve aplicando la fórmula:  
**a)  $x(x + 1) - 4 = 3x - 1$**   
**b)  $x - 3 = \frac{2x - 4}{x}$**
15. El producto de dos números impares consecutivos es 675. ¿Cuáles son esos números?
16. La suma del dinero que tienen dos amigos es de 39 euros y el producto es 360 euros. ¿Qué cantidad tiene cada uno?
17. Dos peatones salen del mismo punto para recorrer una distancia de 12 km. Uno de ellos anda 4 km/h más rápido que el otro y llega al punto de destino 4 horas antes. ¿Cuáles son las velocidades de ambos?
18. El perímetro de un rectángulo es de 54 metros y su superficie es de  $180 \text{ m}^2$ . ¿Cuáles son sus dimensiones?



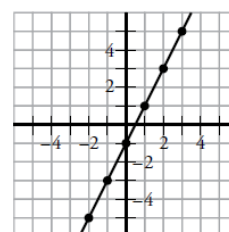
# UNIDAD 7: SISTEMAS DE ECUACIONES

## SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

### ECUACIONES LINEALES

- Una **ecuación lineal** es una ecuación de primer grado con .....
- Una **solución de una ecuación lineal** es .....
- Cada punto de una recta representa .....

x	y
0	
1	
2	
3	
-1	
-2	



## SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

- Dos ecuaciones lineales forman un .....

$$\left. \begin{array}{l} y = 3x - 3 \\ x + y = 5 \end{array} \right\}$$

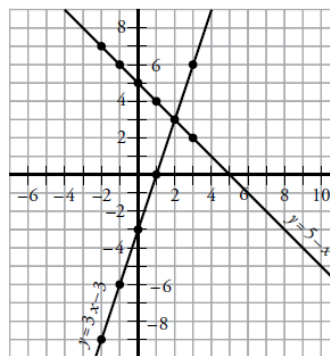
- La **solución del sistema** es la solución común a .....

$$y = 3x - 3 \rightarrow$$

x	-2	-1	0	1	2	3
y	-9					

$$y = 5 - x \rightarrow$$

x	-2	-1	0	1	2	3
y	7					



SOLUCIÓN  $\rightarrow$   $\left\{ \begin{array}{l} x = \\ y = \end{array} \right.$

## MÉTODOS DE RESOLUCIÓN DE SISTEMAS LINEALES

### SUSTITUCIÓN

Despejar una incógnita de una ecuación y sustituir su valor en la otra. ..

$$\left. \begin{array}{l} 2x - y = 8 \\ 4x + 5y = 2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} y = 2x - 8 \\ 4x + 5 \cdot (2x - 8) = 2 \end{array}$$

### IGUALACIÓN

Despejar la misma incógnita de ambas ecuaciones e igualar los resultados. ....

$$\left. \begin{array}{l} y = 2x - 8 \\ y = \frac{2 - 4x}{5} \end{array} \right\} 2x - 8 = \frac{2 - 4x}{5}$$

### REDUCCIÓN

Multiplicar las ecuaciones por los números adecuados para que al sumarlas desaparezca una incógnita.

$$\left. \begin{array}{l} 2x - y = 8 \\ 4x + 5y = 2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\times 5} 10x - 5y = 40 \\ \longrightarrow 4x + 5y = 2 \\ \hline 14x = 42 \end{array}$$

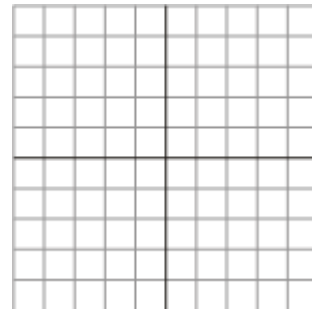
1. ¿Cuál de los siguientes pares de valores es solución de esta ecuación?  $3x - 2y = 5$

a)  $\begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

2. Construye la tabla de valores y representa gráficamente la ecuación  $x + y = 1$ .

x					
y					



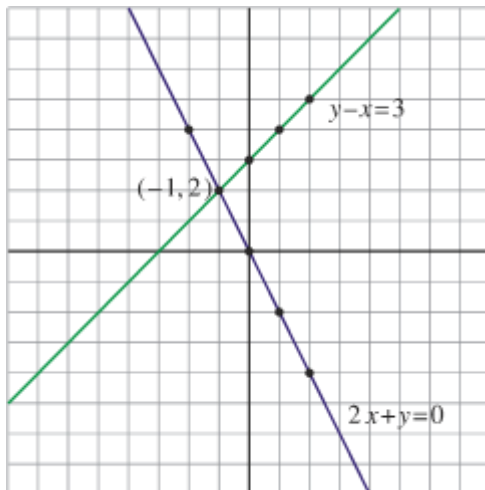
3. ¿Cuál de los siguientes pares de valores es solución de este sistema?

$$\begin{cases} 2x - y = -3 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$$

a)  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$

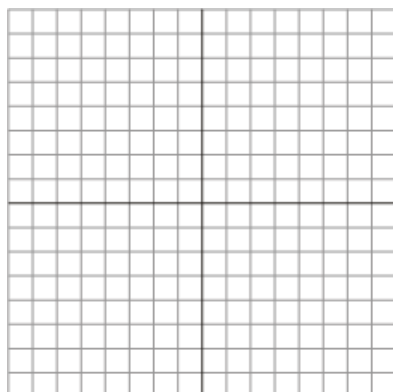
b)  $\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$

4. Observa la representación gráfica e indica si el sistema que forman ambas ecuaciones tiene o no solución y, en caso de que la tenga, di cuál es:





5. Busca gráficamente la solución de este sistema de ecuaciones:  $\begin{cases} x + y = -2 \\ 2x - y = -1 \end{cases}$



6. Resuelve los siguientes sistemas por el método de sustitución:

a)  $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$

7. Resuelve los siguientes sistemas por el método de igualación:

a)  $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 5x - 5y = 15 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} x - 2y = -3 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$

8. Resuelve los siguientes sistemas por el método de reducción:

a)  $\begin{cases} 2x + 3y = -3 \\ x + y = 1 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} x + 5y = 3 \\ 2x + 4y = 0 \end{cases}$

9. Resuelve, por el método que consideres más oportuno, estos sistemas:

a)  $\begin{cases} 3x + y = 3 \\ x + y = 5 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 2x - y = 9 \\ 2x + 7y = 17 \end{cases}$

10. Calcula dos números de forma que su diferencia sea 5 y la suma del primero con el doble del segundo sea 35.
11. En una papelería, por dos lápices y una goma nos han cobrado 35 céntimos de euro. Por la compra de un lápiz y cuatro gomas nos cobrarían también 35 céntimos de euro. ¿Cuánto cuesta un lápiz? ¿Y una goma?
12. Un padre tiene el triple de la edad de su hijo y dentro de 13 años la edad del padre será el doble que la del hijo. ¿Qué edad tiene cada uno?
13. En un triángulo isósceles, el lado desigual mide 3 cm más que cualquiera de los dos lados iguales. El perímetro del triángulo mide 39 cm. ¿Cuánto mide cada lado?

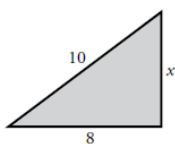
## UNIDAD 8: TEOREMA DE PITÁGORAS. SEMEJANZAS

### TEOREMA DE PITÁGORAS

En un triángulo rectángulo el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de .....

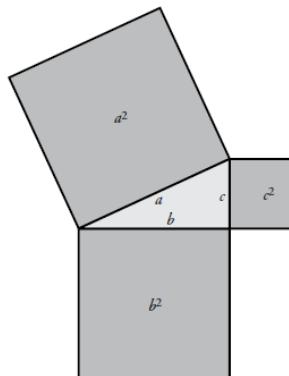
$$a^2 = b^2 + c^2$$

APLICACIÓN: cálculo de distancias.



$$10^2 = x^2 + 8^2$$

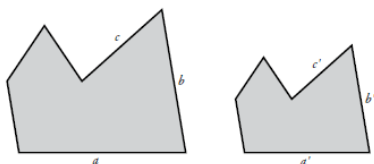
$$x = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$



### SEMEJANZA

#### FIGURAS SEMEJANTES

Dos figuras son semejantes cuando solo difieren en ..... En tal caso, los segmentos correspondientes son .....



$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = k$$

El valor fijo  $k$  recibe el nombre de .....

$$a = a' \cdot k \quad b = b' \cdot k \quad c = c' \cdot k$$

### ESCALAS

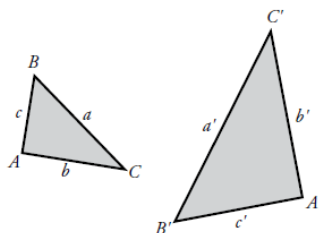
La escala de un mapa o de un plano es el cociente entre cada longitud del mapa (o plano) y la correspondiente .....

EJEMPLO: En un plano o escala 1:25 000, dos poblaciones están a 3 cm de distancia. Su distancia real es de ..... km.

### SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

Dos triángulos son semejantes si cumplen una de estas condiciones:

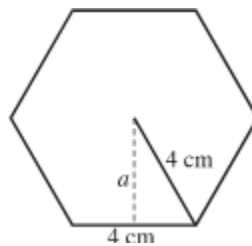
- Los ángulos son .....
- Los lados son .....



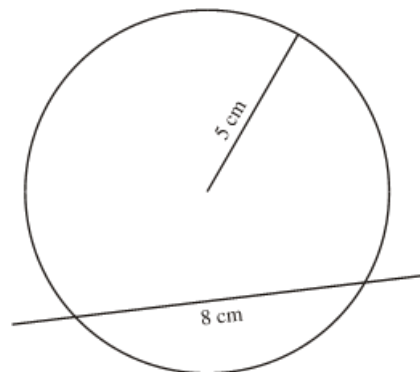
$$\hat{A} = \hat{A}' \quad \hat{B} = \hat{B}' \quad \hat{C} = \hat{C}'$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = k$$

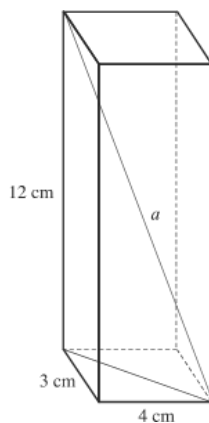
1. Averigua si el triángulo cuyos lados miden 6 cm, 9 cm y 13 cm es un triángulo rectángulo.
2. Los catetos de un triángulo rectángulo miden 8 cm y 15 cm, respectivamente. Calcula la longitud de la hipotenusa.
3. La suma de los lados de un cuadrado es 24 cm. ¿Cuánto mide su diagonal? (Aproxima el resultado hasta las décimas)
4. Las diagonales de un rombo miden 10 cm y 18 cm, respectivamente. ¿Cuánto miden sus lados? (Aproxima el resultado hasta las décimas).
5. La base mayor de un trapecio isósceles mide 30,5 cm, la base menor 20 cm y la altura mide 14 cm. ¿Cuánto mide cada uno de los lados no paralelos?
6. Calcula la apotema de un hexágono regular de 4 cm de lado (aproxima hasta las décimas).



7. Una recta corta a una circunferencia determinando una cuerda de 8 cm. El radio de la circunferencia mide 5 cm. ¿Cuál es la distancia que separa el centro de la circunferencia de la cuerda?



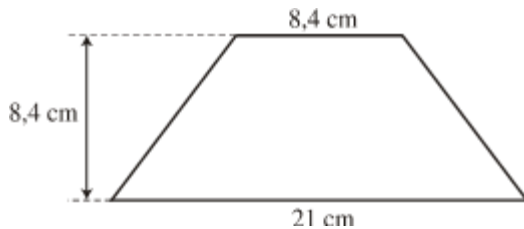
8. Calcula la altura de un triángulo equilátero de 8 cm de lado.
9. Calcula la medida de la diagonal de este prisma:



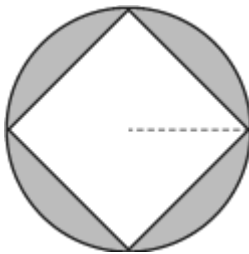
10. Un triángulo rectángulo tiene una hipotenusa de 32,5 cm y uno de sus lados mide 26 cm. ¿Cuál es su área y su perímetro?

11. El perímetro de un rombo mide 420 mm y la diagonal menor 126 mm. ¿Cuál es su área?

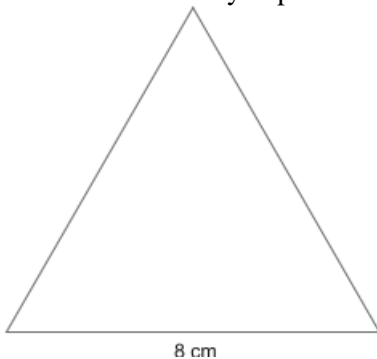
12. Calcula el área y el perímetro de este trapecio:



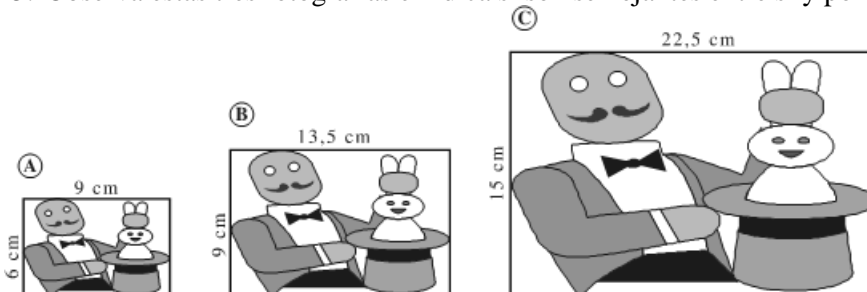
13. Calcula el área de la zona coloreada sabiendo que el radio de la circunferencia mide 8 cm:



14. Calcula el área y el perímetro de este triángulo equilátero:

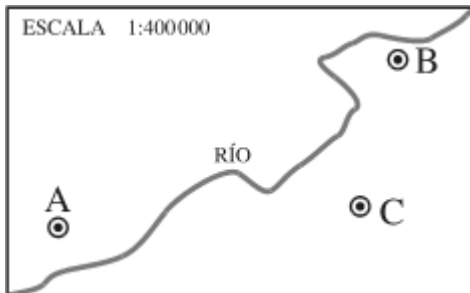


15. Observa estas tres fotografías e indica si son semejantes entre sí y por qué:

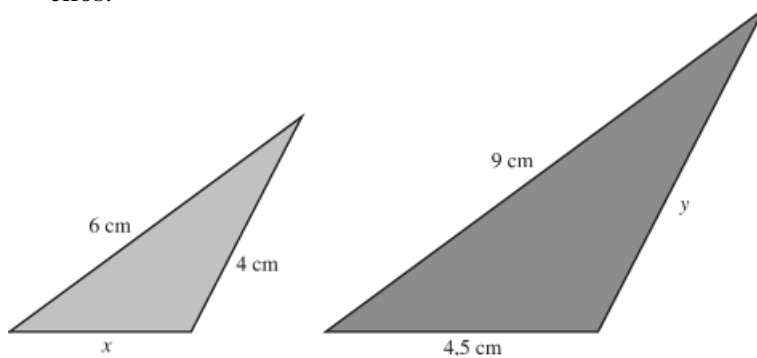


16. Los lados de un triángulo rectángulo miden 1,5 cm, 2 cm y 2,5 cm. Construye un triángulo semejante de forma que la razón de semejanza sea 2.

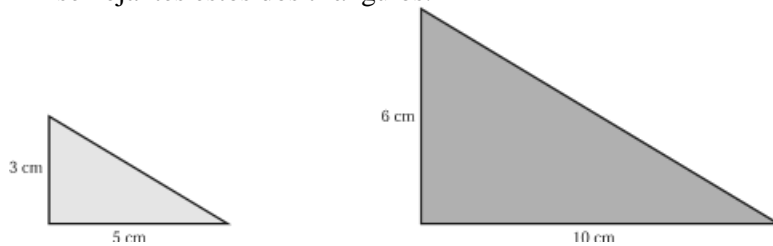
17. Mides sobre el plano  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  y  $\overline{AC}$  y averigua cuáles son las verdaderas distancias entre estos tres pueblos.



18. Dos triángulos semejantes tienen perímetros de 16 cm y 24 cm, respectivamente. ¿Cuál es la razón de semejanza?
19. Estos dos triángulos son semejantes. Calcula la longitud de los lados que le faltan a cada uno de ellos:



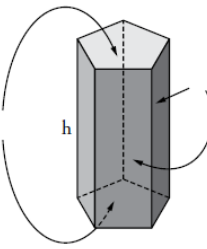
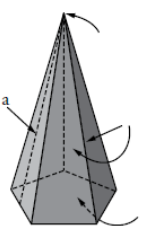
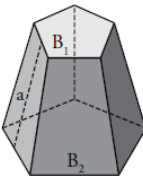
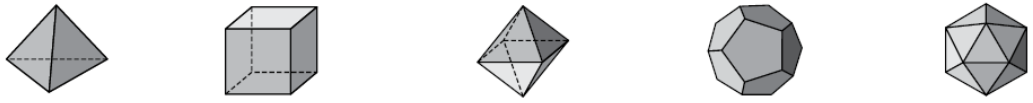
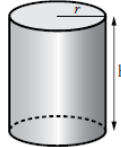
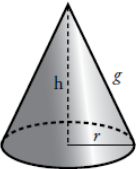
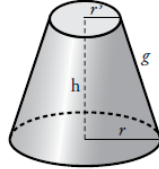
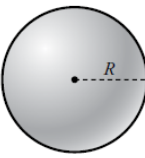
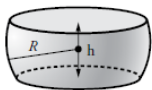
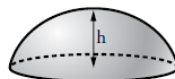
20. Razona, apoyándote en los criterios de semejanza entre triángulos rectángulos, por qué son semejantes estos dos triángulos:



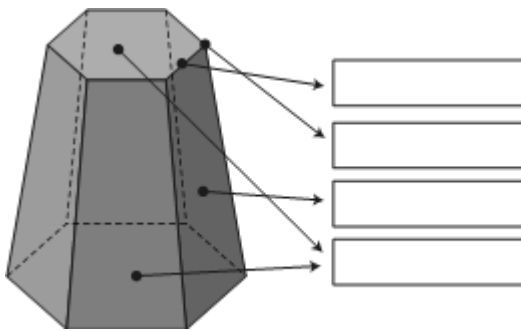
21. Calcula la altura de un árbol que proyecta una sombra de 4 metros en el momento en que una estaca de 2 m proyecta una sombra de 0,5 metros.
22. Observa el dibujo. Sabiendo que el chico mide 1,75 m, calcula las dimensiones reales (largo y ancho) de la puerta.



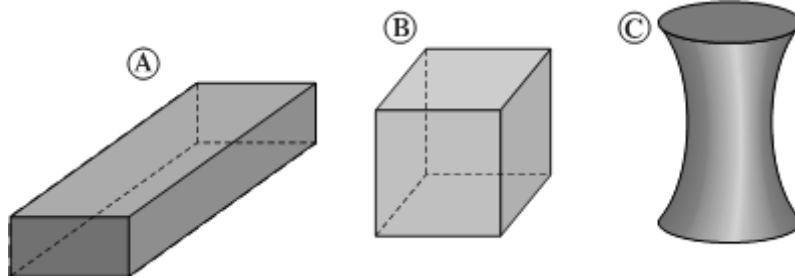
# UNIDAD 9: CUERPOS GEOMÉTRICOS

GEOMETRÍA DEL ESPACIO. POLIEDROS		
<b>POLIEDROS</b>		
<b>PRISMA</b>	<b>PIRÁMIDE</b>	<b>TRONCO DE PIRÁMIDE</b>
 $A_{LAT} =$ $A_{TOTAL} =$	 $A_{LAT} =$ $A_{TOTAL} =$	 $A_{LAT} =$ $A_{TOTAL} =$
<b>POLIEDROS REGULARES</b>		
		
<b>POLIEDRO</b>		
<b>NOMBRE</b>		
CUERPOS DE REVOLUCIÓN		
<b>CILINDRO</b>	<b>CONO</b>	<b>TRONCO DE CONO</b>
 $A_{LAT} =$ $A_{TOTAL} =$	 $A_{LAT} =$ $A_{TOTAL} =$	 $A_{LAT} =$ $A_{TOTAL} =$
<b>ESFERA</b>	<b>ZONA ESFÉRICA</b>	<b>CASQUETE ESFÉRICO</b>
 $A =$	 $A =$	 $A =$

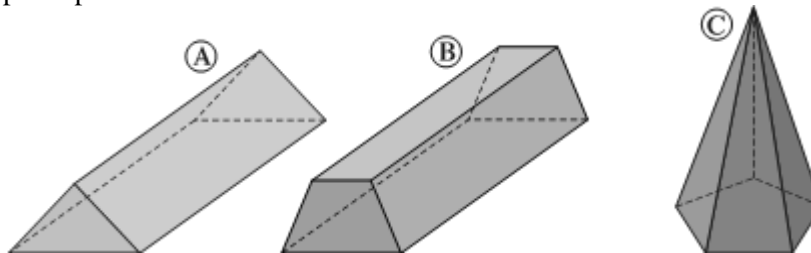
1. Escribe el nombre de cada uno de los elementos de este poliedro:



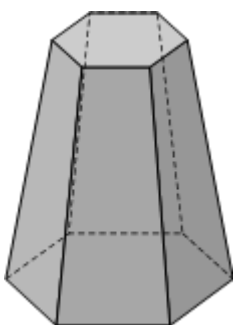
2. ¿Cuáles de las siguientes figuras son poliedros? ¿Por qué?



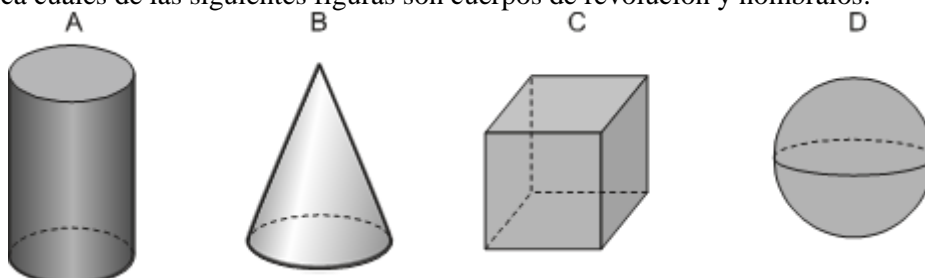
3. Indica qué tipo de poliedro es cada uno de estos:



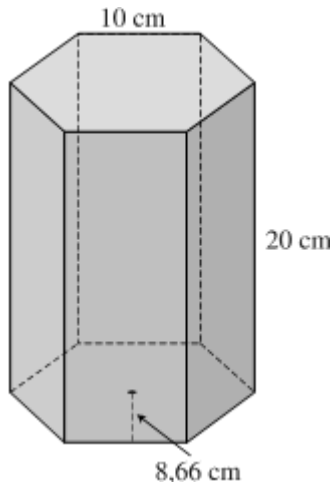
4. Describe el siguiente poliedro y clasifícalo atendiendo a sus características:



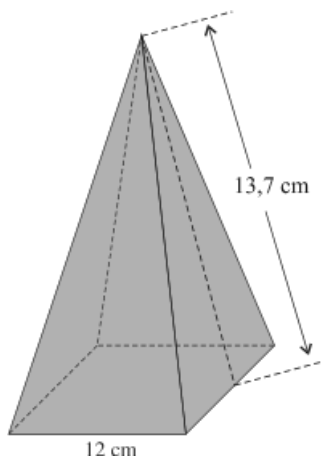
5. Identifica cuáles de las siguientes figuras son cuerpos de revolución y nómbralos:



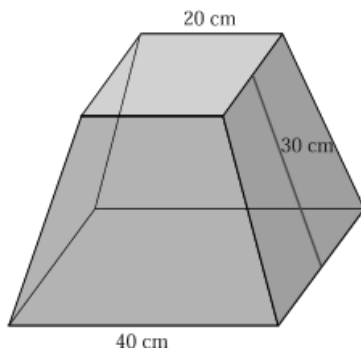
6. Las dimensiones de un ortoedro son  $a = 7$  cm,  $b = 7$  cm y  $c = 10$  cm. Dibuja esquemáticamente su desarrollo y calcula su área.
7. Las bases de un prisma recto son hexágonos cuyo perímetro mide 60 cm y su apotema 8,66 cm. La altura del prisma es 20 cm. Dibuja su desarrollo y calcula el área total.



8. Dibuja esquemáticamente el desarrollo de esta pirámide y calcula su área total sabiendo que su base es un cuadrado de 12 cm de lado y su apotema mide 13,7 cm:

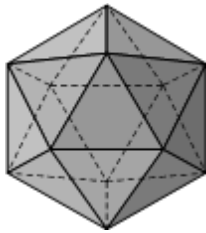


9. Dibuja de forma esquemática el desarrollo de este tronco de pirámide y calcula su área lateral:





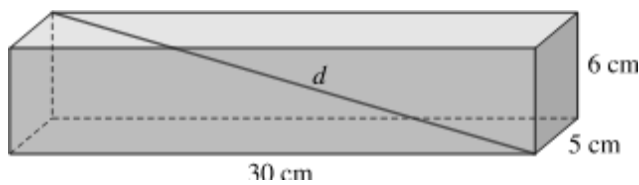
10. Observa este poliedro. Indica por qué es regular, completa la tabla y dibuja esquemáticamente su desarrollo:



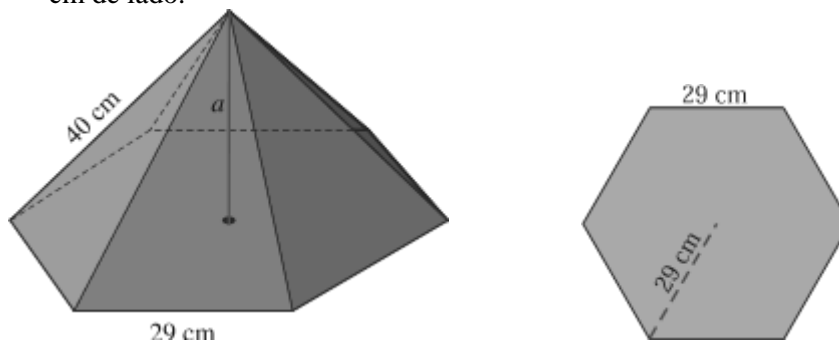
NOMBRE DEL POLIEDRO	
Nº DE CARAS	
Nº DE ARISTAS	
Nº DE VÉRTICES	
Nº DE CARAS POR VÉRTICE	

11. ¿Qué poliedro regular está formado por ocho caras triangulares? Dibuja su desarrollo esquemáticamente.

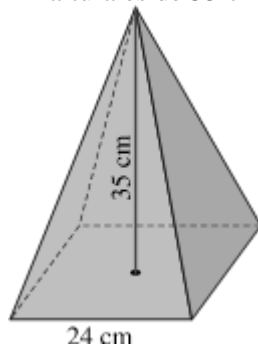
12. Calcula la diagonal de este ortoedro:



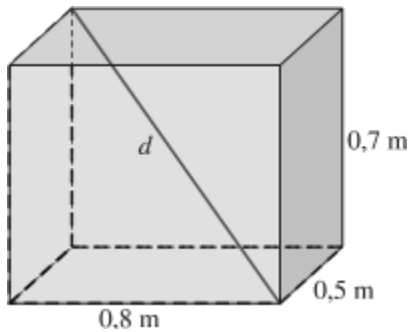
13. Calcula la altura de una pirámide hexagonal regular de 40 cm de arista lateral y cuya base tiene 29 cm de lado.



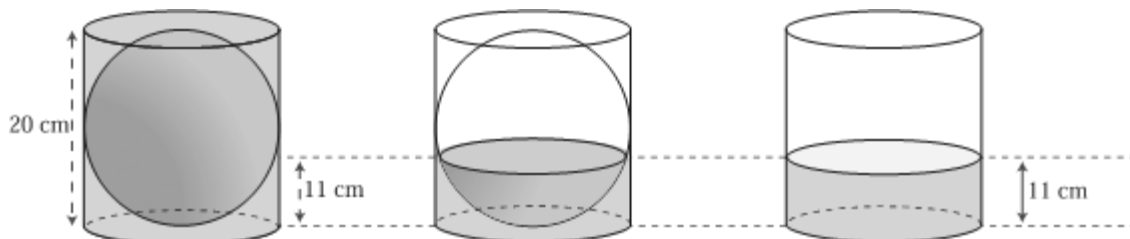
14. Calcula el área total de esta pirámide regular cuya base es un cuadrado de 24 cm de lado y su altura es de 35 cm.



15. ¿Cuál es el precio de un cajón de embalaje de  $80\text{ cm} \times 50\text{ cm} \times 70\text{ cm}$  si la madera cuesta a razón de  $16\text{ euros/m}^2$ ?

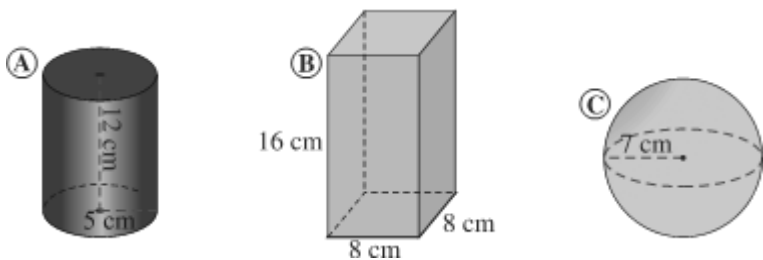


16. Una columna cilíndrica tiene  $0,5$  metros de radio en su base y  $5$  metros de altura. Se quiere forrar su área lateral con una tela cuyo precio es de  $5\text{ euros/m}^2$ . ¿Cuál es el precio de la tela necesaria? Para calcularlo, dibuja esquemáticamente su desarrollo y señala sobre él los datos necesarios.
17. Calcula el área lateral y el área total de un cono cuya generatriz mide  $12\text{ cm}$  y el radio de su base es de  $5\text{ cm}$ . Dibuja esquemáticamente su desarrollo y señala sobre él los datos necesarios.
18. La generatriz de un tronco de cono mide  $15\text{ cm}$  y sus bases tienen, respectivamente,  $5\text{ cm}$  y  $7\text{ cm}$  de radio. Dibuja esquemáticamente su desarrollo, señala sobre él los datos necesarios y calcula su área lateral y su área total.
19. Halla la superficie de un casquete esférico de  $20\text{ cm}$  de altura perteneciente a una esfera de  $60\text{ cm}$  de radio.
20. Observa el dibujo y calcula la superficie del casquete esférico y la superficie de la porción de cilindro que se ha sombreado.

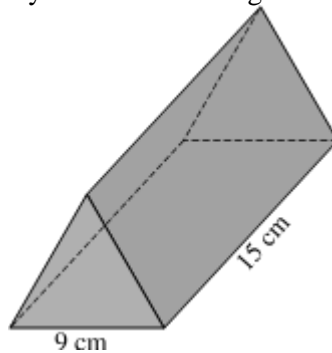




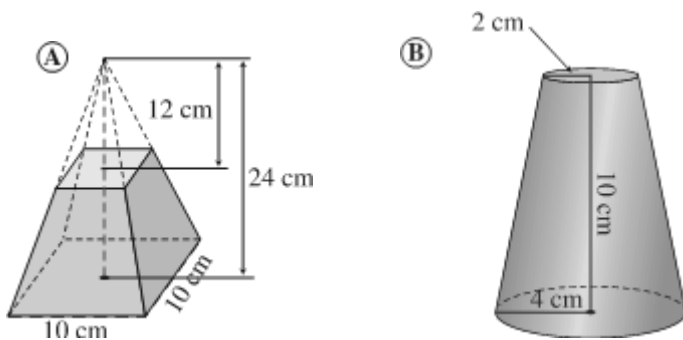
- Expresa en  $\text{dam}^3$ :
  - $3 \text{ km}^3$
  - $5\,600 \text{ hm}^3$
  - $20\,000 \text{ m}^3$
- Expresa en distintas unidades (en forma compleja) o en una sola (en forma incompleja), según corresponda:
  - $457\,982\,437\,251 \text{ dm}^3$
  - $25 \text{ hm}^3\ 459 \text{ dam}^3\ 32 \text{ m}^3$
- Calcula el volumen de estos cuerpos:



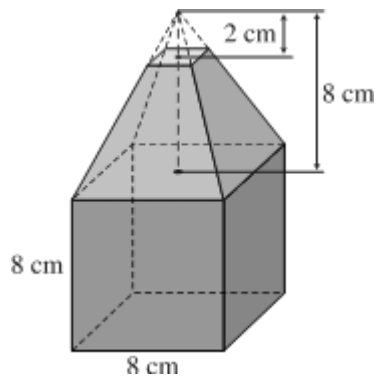
- Halla el volumen de este prisma cuyas bases son triángulos equiláteros:



- Calcula el volumen de una pirámide regular cuya base es un cuadrado de  $8 \text{ cm}$  de lado y su arista lateral es de  $8 \text{ cm}$ .
- Calcula el volumen de un cono cuya generatriz mide  $15 \text{ cm}$  y el radio de su base es de  $5 \text{ cm}$ .
- Calcula el volumen del tronco de pirámide y del tronco de cono:



8. Teniendo en cuenta las medidas señaladas, calcula el volumen de esta figura:



9. Para medir el volumen de una piedra pequeña, utilizamos una vasija cilíndrica y echamos agua hasta su mitad. El diámetro interior de la vasija es de 10 cm y la altura que alcanza el agua es de 15 cm. Al introducir la piedra, el nivel de agua sube 2 cm. ¿Cuál es el volumen de la piedra?