ACTIVIDADES DE AUTOEVALUACIÓN LENGUAJE ALGEBRAICO (CON SOLUCIONES)

Realiza las siguientes operaciones.

a) $3ab - 7a \cdot 2b$

b) $a^4 + (2a^2)^2$

c) $a^2b - ab \cdot 2a + \frac{1}{2}a \cdot ab$

d) $x^3 \cdot (x^2)^3 \cdot [(-2x)^2]^3 + x^{15}$

a) $3ab - 7a \cdot 2b = 3ab - 14ab = -11ab$

b) $a^4 + (2a^2)^2 = a^4 + 4a^4 = 5a^4$

c) $a^2b - ab \cdot 2a + \frac{1}{2}a \cdot ab = a^2b - 2a^2b + \frac{1}{2}a^2b = \left(1 - 2 + \frac{1}{2}\right)a^2b = -\frac{1}{2}a^2b$

d) $x^3 \cdot (x^2)^3 \cdot [(-2x)^2]^3 + x^{15} = x^3 \cdot x^6 \cdot (4x^2)^3 + x^{15} = x^9 \cdot 64 \cdot x^6 + x^{15} = 64x^{15} + x^{15} = 65x^{15}$

¿Para qué valores de x el valor numérico de las siguientes expresiones es cero?

a) $2x - 1$

b) $x(x + 3)$

c) $3(x + 2)(x + 9)$

d) $x(x - 6)\left(x + \frac{1}{2}\right)$

a) $2x - 1$ es cero si $2x$ es 1; o sea, si $x = \frac{1}{2}$. Para $x = \frac{1}{2}$ el valor numérico de la expresión es cero.

b) El producto es cero si lo es cada factor; o sea, si $x = 0$ ó $x = -3$.
Para $x = 0$ ó $x = -3$ el valor numérico de la expresión es cero.

c) $x + 2$ es cero si $x = -2$; $x + 9$ es cero si $x = -9$. Para $x = -2$ ó $x = -9$ el valor numérico de la expresión es cero.

d) El primer factor es cero si $x = 0$.
El segundo factor es cero si $x = 6$.
El tercer factor es cero si $x = -\frac{1}{2}$.
Para $x = 0$, $x = 6$ ó $x = -\frac{1}{2}$ el valor numérico de la expresión es cero.

Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $8 - 2(3x + 7) = -4x$

b) $-2(4x + 3) + 5x = 7$

c) $\frac{x-1}{3} + \frac{x+1}{6} - \frac{2x}{5} + 1 = 0$

a) Suprimimos paréntesis: $8 - 6x - 14 = -4x \Rightarrow -6 - 6x = -4x$
Aplicamos las reglas de la suma y del producto: $-6 = 2x, \quad x = -3$
Solución: $x = -3$

b) Suprimimos paréntesis: $-8x - 6 + 5x = 7 \Rightarrow -3x - 6 = 7$
Aplicamos las reglas de la suma y del producto: $-3x = 13, x = -\frac{13}{3}$
Solución: $x = -\frac{13}{3}$

c) Quitamos denominadores: m.c.m.$(3, 6, 5) = 30$
Multiplicamos por 30: $10(x - 1) + 5(x + 1) - 6 \cdot 2x + 30 = 0$
Suprimimos paréntesis: $10x - 10 + 5x + 5 - 12x + 30 = 0 \Rightarrow 3x + 25 = 0$
Aplicamos las reglas de la suma y del producto: $3x = -25, x = -\frac{25}{3}$
Solución: $x = -\frac{25}{3}$

Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $x^2 - 121 = 0$

b) $3x^2 - 108 = 0$

c) $-5x^2 = 0$

d) $-9x^2 + 18x = 0$

a) Se despeja la incógnita: $x^2 = 121$
Se extrae la raíz cuadrada: $x = \pm 11$

b) Se despeja la incógnita: $3x^2 = 108$, $x^2 = 36$
Se extrae la raíz cuadrada: $x = \pm 6$

c) Se despeja la incógnita: $x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$

d) Se saca x factor común: $x(-9x + 18) = 0$
El producto es cero si cada factor es cero: $x = 0, \quad -9x + 18 = 0 \Rightarrow 18 = 9x \Rightarrow x = 2$

Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $x^2 - x - 2 = 0$

b) $2x^2 + x - 1 = 0$

c) $-x^2 - 8x - 7 = 0$

d) $28x^2 + 59x - 9 = 0$

a) $x = \dfrac{-(-1) \pm \sqrt{1 + 8}}{2} = \dfrac{-1 \pm 3}{2}$

Las soluciones son: $x = 1, \quad x = -2$

b) $a = 2$, $b = 1$, $c = -1$

$x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1 + 8}}{4} = \dfrac{-1 \pm 3}{4}$

Las soluciones son: $x = \dfrac{1}{2}, \quad x = -1$

c) Multiplicamos los dos miembros por -1: $x^2 + 8x + 7 = 0$

$a = 1$, $b = 8$, $c = 7$

$x = \dfrac{-8 \pm \sqrt{64 - 28}}{2} = \dfrac{-8 \pm 6}{2}$

Las soluciones son: $x = -1, \quad x = -7$

d) $a = 28$, $b = 59$, $c = -9$

$x = \dfrac{-59 \pm \sqrt{3\,481 + 1\,008}}{56} = \dfrac{-59 \pm 67}{56} \Rightarrow x = \dfrac{8}{56} = \dfrac{1}{7}, \quad x = -\dfrac{126}{56} = -\dfrac{9}{4}$

Las soluciones son: $x = \dfrac{1}{7}, \quad x = -\dfrac{9}{4}$.

Plantea y resuelve una ecuación para determinar qué número verifica que la diferencia entre sus tres cuartas partes y su mitad es 7 unidades.

x es el número

Ecuación: $\dfrac{3}{4}x - \dfrac{x}{2} = 7$

$x = 28$

Halla el término que ocupa el lugar 9 en la serie numérica: 2, 9, 28, 65, 126, …
¿Cuál es la expresión algebraica del término que ocupa el lugar *n*?

$2 = 1 + 1, \quad 9 = 8 + 1, \quad 28 = 27 + 1, \quad 65 = 64 + 1, \quad 126 = 125 + 1, \ldots$

O sea: $2 = 1^3 + 1, \quad 9 = 2^3 + 1, \quad 28 = 3^3 + 1, \quad 65 = 4^3 + 1, \quad 126 = 5^3 + 1, \ldots$

El término de lugar 9 es $9^3 + 1 = 730$.

La expresión algebraica del término de lugar n es $n^3 + 1$.

El lado desigual de un triángulo isósceles mide la mitad que cada uno de los lados iguales.
Si el perímetro del triángulo mide 37,5 metros, ¿cuanto mide cada uno de sus lados?

Si el lado desigual mide x metros, cada lado igual medirá $2x$.

Ecuación: $x + 2x + 2x = 37{,}5$

$5x = 37{,}5 \Rightarrow x = 7{,}5$

El lado desigual mide 7,5 cm y cada lado igual mide 15 cm.

La mitad de los alumnos de la clase han apadrinado a una niña, la tercera parte han apadrinado a un niño y los cuatro alumnos restantes no han apadrinado a nadie. ¿Cuántos alumnos tiene la clase?

Número de alumnos de la clase: x

Han apadrinado a una niña: $\frac{x}{2}$, han apadrinado a un niño: $\frac{x}{3}$, resto: 4 alumnos.

Ecuación: $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 4 = x$

Quitamos denominadores:	m.c.m.(2, 6) = 6
Multiplicamos por 6:	$3x + 2x + 24 = 6x \Rightarrow 5x + 24 = 6x$
Aplicamos la regla de la suma:	$24 = x$

La clase tiene 24 alumnos.

El perímetro de un campo de fútbol mide 220 metros, y su área, 2800 metros cuadrados.
Halla sus dimensiones.

La suma de los dos lados desiguales del rectángulo que determina el campo de fútbol es la mitad del perímetro; o sea, 110 m. Si un lado es x, el otro es $110 - x$.

Área $= x \cdot (110 - x)$.

Ecuación: $x \cdot (110 - x) = 2\,800$

$110x - x^2 = 2800, \quad x^2 - 110x + 2800 = 0$

$a = 1,\ b = -110,\ c = 2\,800$

$$x = \frac{-(-110) \pm \sqrt{(-110)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2\,800}}{2 \cdot 1} = \frac{110 \pm \sqrt{900}}{2} = \frac{110 \pm 30}{2} = \begin{cases} 70 \\ 40 \end{cases}$$

Las dimensiones del campo de fútbol son 70 m de largo y 40 m de ancho.