EJERCICIOS RESUELTOS DE SEMEJANZAS Y TEOREMA DE THALES

EJERCICIOS PROPUESTOS

12.1 Los lados de un rectángulo son 6 y 8 centímetros. ¿Es semejante al de lados 15 y 24 centímetros? ¿Y al de 12 y 16 centímetros?

En el primer caso, como $\frac{15}{6} \neq \frac{24}{8}$, no son semejantes.

En el segundo caso, como $\frac{12}{6} = \frac{16}{8}$, sí son semejantes. La razón de semejanza es: $\frac{12}{6} = 2$

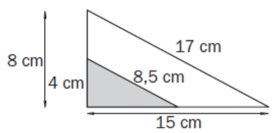
12.2 Halla la medida de los lados de un triángulo semejante a otro cuyos lados miden 5, 9 y 12 centímetros, con razón de semejanza igual a 3.

Sean a, b, c las longitudes de los lados del triángulo buscado. Por ser semejantes con razón de semejanza 3, se ha de verificar:

$\frac{a}{5} = \frac{b}{9} = \frac{c}{12} = 3$. Luego: $a = 5 \cdot 3 = 15$, $b = 9 \cdot 3 = 27$ y $c = 12 \cdot 3 = 36$

12.3 Dibuja un triángulo rectángulo de catetos 15 y 8 centímetros. Si se unen sus puntos medios, ¿resulta un triángulo semejante a él?

Razona la respuesta.



Al unir los puntos medios de los catetos, obtenemos un triángulo rectángulo de catetos 4 y 7,5 cm.

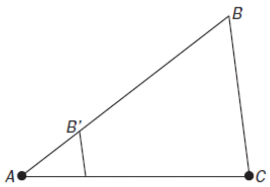
La hipotenusa de este triángulo mide, por el teorema de Pitágoras:

$c' = \sqrt{4^2 + 7{,}5^2} = \sqrt{72{,}25} = 8{,}5$ cm

La hipotenusa del triángulo inicial mide: $c = \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{289} = 17$ cm

Como $\frac{15}{7{,}5} = \frac{8}{4} = \frac{17}{8{,}5} = 2$, sí son semejantes.

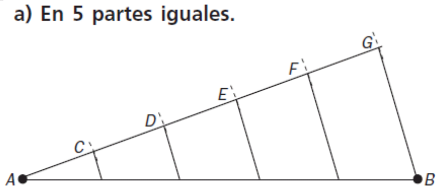
12.4 En un triángulo *ABC* se traza una recta paralela al lado *BC* desde un punto *B'* de manera que $AB' = 0{,}25 \cdot AB$.
¿Cuál es la razón de semejanza?

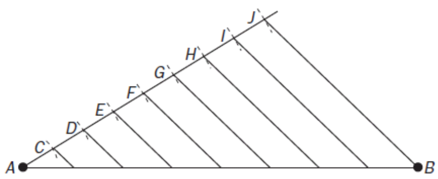


La razón de semejanza es: $\frac{AB}{AB'} = \frac{AB}{0{,}25 \cdot AB} = \frac{1}{0{,}25} = 4$

12.5 Divide un segmento de 7 centímetros de longitud en partes iguales.

a) En 5 partes iguales. **b) En 8 partes iguales.**



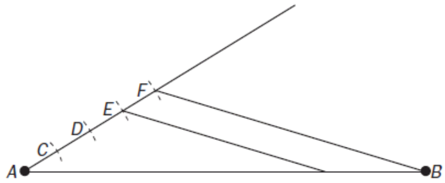


a) Se traza una semirrecta apoyada en uno de los extremos del segmento. Con un compás y una medida cualquiera se señalan sobre la semirrecta 5 puntos *C*, *D*, *E*, *F* y *G*. Se une el último punto con el otro extremo del segmento (*G* con *B*) y se trazan las paralelas a *GB* por cada uno de los puntos. El segmento inicial queda dividido en 5 partes iguales.

b) Se procede de modo análogo, marcando 8 puntos en la semirrecta.

12.6 Divide un segmento en dos partes de modo que una de ellas sea el triple de la otra. Explica cómo lo haces.

Se traza una semirrecta apoyada en uno de los extremos del segmento. Con un compás y una medida cualquiera se señalan sobre la semirrecta 4 puntos *C*, *D*, *E* y *F*. Se une el último punto con el otro extremo del segmento (*F* con *B*) y se traza la paralela a *FB* por *E*.



12.7 Los lados de un triángulo miden 10, 12 y 8 centímetros, y los de otro, 5, 6 y 4 centímetros. ¿Son semejantes?

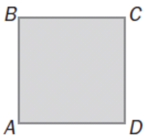
Sí, ya que $\frac{10}{5} = \frac{12}{6} = \frac{8}{4}$. La razón de semejanza es 2.

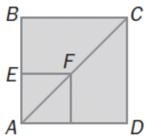
12.8 Estudia si son semejantes los triángulos ABC y $A'B'C'$, sabiendo que $\widehat{A}' = \widehat{A} = 40°$, $\widehat{B}' = 65°$, $\widehat{C}' = 75°$.

No necesariamente. Supongamos que $\widehat{A} = 40°$, $\widehat{B} = 90°$, $\widehat{C} = 50$. En este caso, ambos triángulos no comparten las medidas de sus ángulos, por lo que no son semejantes.

12.9 Construye un polígono semejante a cada uno de los siguientes, de razón 0,5.

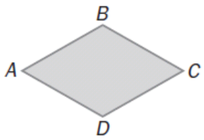
a)

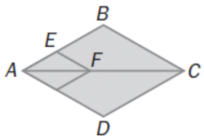




Se traza el segmento *AC*. A continuación se divide el segmento *AB* por la mitad, obteniéndose el punto *E*.
Se traza la paralela a *BC* por *E* que corta a *AC* en *F*. Finalmente se traza la paralela a *CD* por *F* obteniéndose la figura buscada.

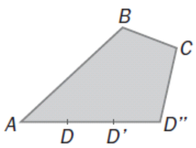
b)

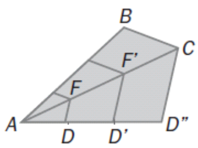




Se procede de modo análogo al caso anterior.

12.10 En la siguiente figura, el segmento *AD*″ está dividido en tres partes iguales.

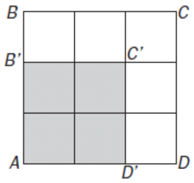




Construye a partir de *D* y *D*′ dos figuras semejantes a ella e indica la razón de semejanza de cada una.

Para la construcción a partir de *D*, se traza el segmento *AC*. A continuación se traza la paralela a *CD*″ por *D*.
Esta recta corta a *AC* en *F*. Finalmente se traza la paralela a *BC* por *F*. Para la construcción a partir de *D*′, se procede de modo análogo.

12.11 Calcula la razón de las áreas de dos cuadrados semejantes de razón de semejanza $k = \frac{3}{2}$.



Resolución gráfica:

Si se divide cada lado del cuadrado $ABCD$ en tres partes iguales, se observa que contiene 9 cuadrados unitarios, mientras que el cuadrado $AB'C'D'$ contiene 4 cuadrados unitarios. Por tanto, la razón entre las áreas es: $\frac{9}{4}$

Resolución analítica:

Sea a el lado de $ABCD$, y a', el lado de $AB'C'D'$. Se tiene que: $\frac{a}{a'} = \frac{3}{2}$

Por tanto: $\frac{\text{Área } (ABCD)}{\text{Área } (AB'C'D')} = \frac{a^2}{a'^2} = \frac{9}{4}$

12.12 La razón entre las áreas de dos figuras semejantes es $\frac{16}{9}$. Halla la razón de semejanza.

La razón de semejanza es: $k = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$

12.13 ¿Qué tipo de representación es una miniatura?

Una maqueta.

12.14 Una escultura es una representación tridimensional. ¿En qué se diferencia de una maqueta?

Una escultura no tiene por qué respetar las proporciones.

12.15 Se ha hecho una fotocopia ampliada del plano de una ciudad para ver con mayor claridad las calles. ¿La fotocopia es otro plano?

Sí, ya que las dimensiones en la fotocopia son proporcionales al plano inicial. Como las dimensiones del plano inicial eran proporcionales a las de la ciudad, las del plano fotocopiado también han de serlo.

12.16 En el plano de un piso, la escala es 150 : 1. Explica si es correcto o si se ha cometido algún error.

Escala 150 : 1 significa que 150 cm en el plano equivalen a 1 cm en la realidad. Por tanto, es incorrecta, ya que supondría que el plano es más grande que el piso real.

12.17 Halla las dimensiones de un salón de 4 metros de largo y 5 de ancho en un plano a escala:
a) 1 : 200
b) 1 : 400

a) Escribiendo la proporción: $\frac{1}{200} = \frac{x}{400}$, luego $x = 2$. Por otro lado, $\frac{1}{200} = \frac{y}{500}$, luego $y = 2{,}5$

Las dimensiones son 2 cm de largo y 2,5 cm de ancho.

b) Análogamente: $\frac{1}{400} = \frac{x}{400}$, luego $x = 1$. Por otro lado, $\frac{1}{400} = \frac{x}{500}$, luego $x = 1{,}25$

Las dimensiones son 1 cm de largo y 1,25 cm de ancho.

12.18 **La maqueta de un edificio a escala 1 : 500 tiene 13 cm de largo, 4 de ancho y 20 de alto. Calcula sus medidas reales.**

1 cm en la maqueta representa 500 cm en la realidad. Por tanto:

13 cm representan: $500 \cdot 13 = 6500$ cm $= 65$ m

4 cm representan: $500 \cdot 4 = 2000$ cm $= 20$ m

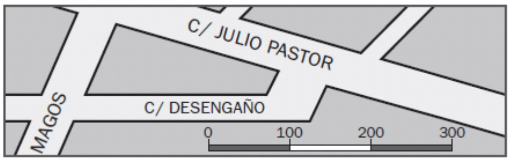
20 cm representan: $500 \cdot 20 = 1000$ cm $= 10$ m

12.19 **La representación en un plano de una longitud de 20 m es un segmento de 2 cm. ¿A qué escala se ha hecho?**

20 m $=$ 2000 cm. Como 2 cm representan 2000 cm, 1 cm ha de representar la mitad, es decir, 1000 cm.

Por tanto, la escala es: 1 : 1000

12.20 **Halla las dimensiones de la manzana de edificios de este plano.**



La escala gráfica indica que 12 mm equivalen a 100 m. Las distancias medidas en el plano son:

– Lado correspondiente a la calle de Desengaño: 27 mm: $\frac{12}{100} = \frac{27}{x}$, luego $x = \frac{27 \cdot 100}{12} = 225$ m

– Lado correspondiente a la calle de los Magos: 12 mm: $\frac{12}{100} = \frac{12}{x}$, luego $x = 100$ m

– Lado correspondiente a la calle de Julio Pastor: 25 mm: $\frac{12}{100} = \frac{25}{x}$, luego $x = \frac{25 \cdot 100}{12} = 208{,}34$ m

– Lado restante: 4 mm: $\frac{12}{100} = \frac{4}{x}$, luego $x = \frac{4 \cdot 100}{12} = 33{,}34$ m